Universidad Tecnológica Nacional

Facultad Regional Buenos Aires

SEMINARIO UNIVERSITARIO 2025

SEGUNDO PARCIAL - 06/03/2026

Apellido y Nombre:…………………………………… ……………………….

Número de documento: ……………………………….CURSO:…………..

TEMA 6

1	2	3	4	5	NOTA

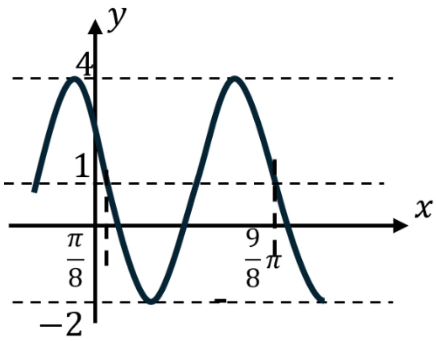
- La duración del examen es de 2 horas
- Condición mínima de aprobación (6 puntos): 50% del examen bien resuelto
- El examen no puede estar resuelto en lápiz
- Todas las respuestas deben estar justificada

EJERCICIO 1:

A continuación, se ve parte de la gráfica de la función:

$$f_{(x)} = -3sen(Ax + B) + C$$

En la misma están marcados los puntos de coordenadas $(\pi/8; 1)$ y $(9\pi/8; 1)$. Determinar los valores de *A, B* y *C.*



EJERCICIO 2: En el paralelogramo *ABCD* (en ese orden) el lado *AB* mide 3*cm* y el lado *BC* mide 4*cm*. Sabiendo que el ángulo < BAD mide 45°, calcular el área del paralelogramo.

EJERCICIO 3:

(a) Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f_{(x)} = 2^x - \frac{1}{2}$ y $g: [0; \pi] \to \mathbb{R} \,/\, g_{(x)} = sen\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, calcular los ceros de $(f \circ g)_{(x)}$

(b) Determinar la medida del ángulo comprendido entre los vectores $\vec{v} = 2\breve{\imath} + 3\breve{\jmath}$ y $\vec{w} = -\breve{\imath} + 4\breve{\jmath}$

EJERCICIO 4: En un laboratorio se observa que una población de bacterias crece según el modelo $P_{(t)} = P_0\, e^{kt}$ donde $P_{(t)}$ representa la cantidad de bacterias (en miles) al cabo de *t* horas, $P_0 > 0$ es la población inicial y $k > 0$ es una constante de crecimiento. Se sabe que, inicialmente, hay 2 mil bacterias y que luego de 3 horas la población se triplica. Determinar en qué instante la población alcanza las 10mil bacterias.

EJERCICIO 5: Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f_{(x)} = \frac{2x+3}{x+2}$, se pide:

(a) Resolver $f_{(x)} = x$.

(b) Determinar $f^{-1}{}_{(x)}$ indicando su dominio e imagen.

(resuelto por Sylvina)

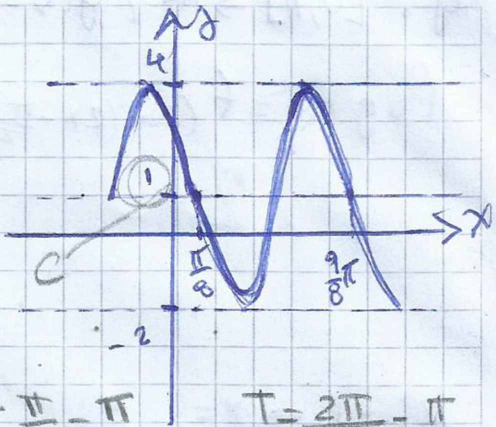
Seminario Universitario	2° parcial	tema 6	HOJA N° 1/2 FECHA 6-3-26

EJ 1 A continuación se ve parte de la gráfica de

$$f(x) = -3\ \text{sen}(Ax+B)+C$$

En la misma están marcados los puntos de coordenadas $\left(\frac{\pi}{8},1\right)$ y $\left(\frac{9}{8}\pi,1\right)$

Determinar los valores de A, B y C



Entre $\frac{\pi}{8}$ y $\frac{9}{8}\pi$ se forma 1 onda $\rightarrow T = \frac{9}{8}\pi - \frac{\pi}{8} = \pi$ $\quad T = \frac{2\pi}{|A|} = \pi$

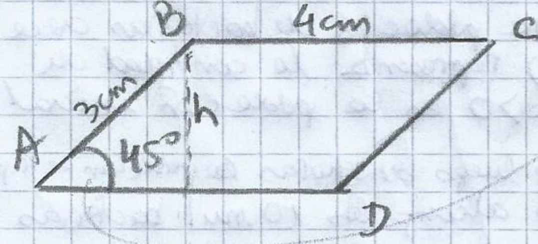
$|A| = 2$ tomo $\boxed{A=2}$

Por el gráfico (desplazamiento en y) $\rightarrow \boxed{C=1}$

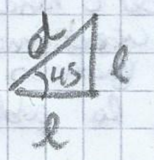
$$f(x) = -3\ \text{sen}(2x+B)+1 \qquad f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \cancel{1} = -3\text{sen}\left(2\frac{\pi}{8}+B\right)\cancel{+1}$$

$$\boxed{f(x) = -3\ \text{sen}\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)+1} \qquad \rightarrow \frac{\pi}{4}+B = 0 \rightarrow \boxed{B = -\frac{\pi}{4}}$$

EJ 2 En el paralelogramo ABCD (en ese orden) el lado AB mide 3 cm y el lado BC mide 4 cm. Sabiendo que el ángulo ∠BAD mide 45°, calcular el área del paralelogramo



45° → diagonal de un cuadrado



$$d^2 = l^2 + l^2 = 2l^2$$

$$l = \sqrt{\frac{d^2}{2}} \rightarrow h = \sqrt{\frac{(3cm)^2}{2}}$$

$$h = \frac{3cm}{\sqrt{2}}$$

$$A_{\text{▱}} = b \cdot h = 4cm \cdot \frac{3cm}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{A_{\text{▱}} = 6\sqrt{2}\ cm^2}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

EJ 3 a) Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \;/\; f(x) = 2^{x} - \frac{1}{2}$ y $g: [0,\pi] \to \mathbb{R} \;/\; g(x) = \text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)$, calcular los ceros de $f \circ g(x)$

$$f \circ g(x) = f\left(\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)\right) = 2^{\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)} - \frac{1}{2} = 0$$

$$2^{\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right)} = 2^{-1}$$

$$\text{sen}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = -1$$

$$2x - \frac{\pi}{2} = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$$

$$2x = 2\pi + 2k\pi \qquad x \in [0,\pi]$$

$k = -1 \to x = 0$ ✓

$k = 0 \to x = \pi$ ✓

$$\boxed{x = \pi + k\pi}$$

$$\boxed{S = \{0, \pi\}}$$

b) Determinar la medida del ángulo comprendido entre los vectores $\vec{v} = 2\check{i} + 3\check{j}$ y $\vec{w} = -\check{i} + 4\check{j}$ $\longrightarrow \vec{v} = (2,3) \quad \vec{w} = (-1,4)$

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \, \|\vec{w}\|} = \frac{(2,3)(-1,4)}{\sqrt{2^2+3^2}\,\sqrt{(-1)^2+4^2}} = \frac{10}{\sqrt{13}\,\sqrt{17}} \to \alpha = 47{,}726$$

$$\boxed{\alpha = 47^\circ\, 43'\, 35''}$$

EJ 4 En un laboratorio se observa que una población de bacterias crece según el modelo $P(t) = P_0 e^{kt}$ donde $P(t)$ representa la cantidad de bacterias (en miles) al cabo de t horas, $P_0 > 0$ es la población inicial y $k > 0$ es una constante de crecimiento.
Se sabe que inicialmente hay 2 mil bacterias y que luego de 3 horas la población se triplica.
Determinar en qué instante la población alcanza las 10 mil bacterias.

$P_0 = 2 \qquad P(3) = 3P_0 = 6 \longrightarrow 3 = e^{k3}$

$$\ln(3) = \ln(e^{k3}) = 3k\,\overbrace{\ln(e)}^{1}$$

$$\frac{1}{3}\ln(3) = \boxed{k = 0{,}366}$$

$$\boxed{P(t) = 2e^{0{,}366t}}$$

$$10 = P(t_{10}) = 2e^{0{,}366 t_{10}}$$

$$5 = e^{0{,}366t}$$

$$\ln(5) = \ln\left(e^{(0{,}366t)}\right) = 0{,}366t \cdot \overbrace{\ln(e)}^{1} \longrightarrow t = \frac{\ln(5)}{0{,}366}$$

$$t = 4{,}3974\,h \to \boxed{t = 4 \text{ horas } 23 \text{ min } 50 \text{ seg}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)

Seminario Universitario	2º parcial Tema 6	HOJA Nº 2/2 FECHA 6-3-26

EJ5 Sea $f: D_f \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R} \;/\; f(x) = \dfrac{2x+3}{x+2}$

Se pide:

a) Resolver $f(x) = x$

$$\boxed{x \neq -2} \leftarrow \frac{2x+3}{x+2} = x$$

$$2x+3 = x(x+2)$$

$$\cancel{2x}+3 = x^2 + \cancel{2x}$$

$$3 = x^2 \rightarrow |x| = \sqrt{3} \rightarrow \boxed{S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}}$$

b) Determinar $f^{-1}(x)$ indicando su dominio e imagen

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+2} \rightarrow y = \frac{2x+3}{x+2}$$

$$y(x+2) = 2x+3$$

$$yx + 2y = 2x+3$$

$$yx - 2x = -2y+3$$

$$x(y-2) = -2y+3$$

$$x = \frac{-2y+3}{y-2}$$

$$\boxed{f^{-1}(x) = \frac{-2x+3}{x-2}}$$

AV: $x = 2$

AH: $y = -2$

$$\boxed{\begin{array}{l} Dom(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{2\} \\ Im(f^{-1}) = \mathbb{R} - \{-2\} \end{array}}$$

NOTA

(resuelto por Sylvina)